

# Zwischenprüfung Frühjahr 2022



## Aufgabenbogen

Mathematisch-technischer Softwareentwickler  
Mathematisch-technische Softwareentwicklerin  
6511

# 1

## Mathematische Methoden

5 Aufgaben  
60 Minuten Prüfungszeit  
100 Punkte

### 1. Aufgabe (20 Punkte)

Angenommen, es ist 17:15 Uhr am 31.5.2021 und in einem Telefonat erfährt Irene, dass ihre Schwiegermutter in 116,5 Stunden zum Kaffee kommen möchte.

- a) Wann klingelt die Schwiegermutter an der Haustüre (Datum, Uhrzeit)? 10 Punkte
- b) Erläutern Sie den Rechengang unter Benutzung der Modulo-Funktion. 10 Punkte

### 2. Aufgabe (20 Punkte)

Beweisen Sie die folgende Additivitätseigenschaft der Binomialkoeffizienten, wie sie im Pascalschen Dreieck abzulesen ist. (Zahlen in Zeile  $n+1$  kann man aus denjenigen in Zeile  $n$  folgendermaßen berechnen:)

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

für alle natürlichen Zahlen  $n$  größer 0 und alle natürlichen Zahlen  $k$  mit  $0 \leq k < n$ .

**Tipp:** direkter Beweis durch Einsetzen der Definition der Binomialkoeffizienten und Vereinfachen

### 3. Aufgabe (20 Punkte)

Sei die Menge  $M := \{a, b, c\}$  und die Verknüpfungstabelle wie folgt gegeben

*	a	b	c
a	b	c	a
b	c	a	b
c	a	b	c

Zeigen Sie, dass die Menge  $M$  mit der darauf definierten Verknüpfung  $*$  eine Gruppe ist, indem Sie nachweisen, ...

- a) dass das Assoziativgesetz exemplarisch gilt anhand  $a * (a * b) = (a * a) * b$ . 7 Punkte
- b) dass es ein neutrales Element gibt. 6 Punkte
- c) dass es zu jedem Element ein Inverses gibt. 7 Punkte

### 4. Aufgabe (20 Punkte)

- a) Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $P = (1, 2, 3)$  von der Ebene  $E: 2x + y + 2z = 3$ . 10 Punkte
- b) Geben Sie zwei linear unabhängige Richtungsvektoren der zu  $E$  parallelen Ebene durch  $P$  an. 10 Punkte

### 5. Aufgabe (20 Punkte)

- a) Für welche Zahlen  $\alpha$  hat das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit der

Koeffizientenmatrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 6 & \alpha \end{pmatrix}$  eine eindeutige Lösung?

- b) Setzen Sie  $\alpha = -3$  und berechnen Sie die eindeutige Lösung für die rechte Seite  $b = (1, 1, 5)^T$ . 10 Punkte

# Zwischenprüfung Frühjahr 2022

The logo of the Industrie- und Handelskammern (IHK) is located in the top right corner. It consists of the letters 'IHK' in white, bold, sans-serif font, set against a black rectangular background.

## Aufgabenbogen

Mathematisch-technischer Softwareentwickler  
Mathematisch-technische Softwareentwicklerin  
6511

# 2

## Objektorientierte Modelle und Algorithmen

3 Aufgaben  
60 Minuten Prüfungszeit  
100 Punkte

Sudokus sind Zahlenpuzzle, in denen in einem 9 x 9-Gitter Zahlen eingetragen werden müssen.

Dabei muss und darf jede natürliche Zahl von 1 bis 9 nur genau einmal in jeder Zeile, jeder Spalte und jedem markierten 3 x 3-Block eingetragen werden. Hier ein Beispiel:

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Abbildung 1

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8	6	6		6				3
4	6		8		3			1
7	6	6		2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

Abbildung 2

In Abbildung 1 sieht man ein einfaches 9 x 9-Sudoku. Abbildung 2 zeigt mit roten Sechsen die Positionen im linken mittleren 3 x 3-Block, in die keine Sechsen eingetragen werden können, denn in den jeweiligen Zeilen oder Spalten sind schon Sechsen vorhanden.

### 1. Aufgabe (15 Punkte)

Erstellen Sie ein UML-Diagramm für eine Klasse `Sudoku`, die der Datenhaltung eines 9 x 9-Sudokus dient. Die Klasse soll die privaten Funktionen

- `bool darfInZeile( int zeile, int zahl )`
  - `bool darfInSpalte( int spalte, int zahl )`
  - `bool darfInBlock( int zeile, int spalte, int zahl )`
- enthalten.

### 2. Aufgabe (50 Punkte)

- a) Implementieren Sie die Funktion `darfInZeile` aus Aufgabe 1. Sie liefert `True`, falls die Zahl `zahl` in die Zeile `zeile` eingetragen werden kann. 10 Punkte
- b) Implementieren Sie die Funktion `darfInSpalte` aus Aufgabe 1. Sie liefert `True`, falls die Zahl `zahl` in die Spalte `spalte` eingetragen werden kann. 10 Punkte
- c) Implementieren Sie die Funktion `darfInBlock` aus Aufgabe 1. Sie liefert `True`, falls die Zahl `zahl` in den Block, welcher das Feld `[zeile, spalte]` enthält, eingetragen werden kann. 20 Punkte
- d) Implementieren Sie in Ihrer Klasse `Sudoku` aus Aufgabe 1 eine öffentliche Funktion `darfInFeld( <Parameter> )`, welche testet, ob eine Zahl in das Feld in einer gegebenen Zeile und Spalte eingefügt werden kann. Treffen Sie eine geeignete Wahl für die `Parameter` dieser Funktion. 10 Punkte

### 3. Aufgabe (35 Punkte)

Ein 9 x 9-Sudoku muss mindestens 17 Zahlen vorgeben, um eine eindeutige Lösung zu erhalten. Eine einfache Lösungsstrategie besteht darin, in jedem freien Feld jede Zahl von 1 bis 9 auszuprobieren.

- a) Wie viele mögliche Kombinationen gibt es bei 17 vorgegebenen Zahlen? 10 Punkte
- b) Wie lange würde einer der schnellsten Computer der Welt (Summit, mit  $2 \cdot 10^{17}$  Kombinationen pro Sekunde) in etwa brauchen, um alle Kombinationen aus a) zu testen? 5 Punkte
- c) Überlegen Sie sich eine Strategie, um diese Zeit drastisch zu reduzieren. Nutzen Sie dazu die von Ihnen implementierten Funktionen aus Aufgabe 2. Beschreiben Sie Ihre Strategie in einigen Sätzen. 20 Punkte