

# Zwischenprüfung Frühjahr 2019



## Aufgabenbogen

Mathematisch-technischer Softwareentwickler  
Mathematisch-technische Softwareentwicklerin  
6511

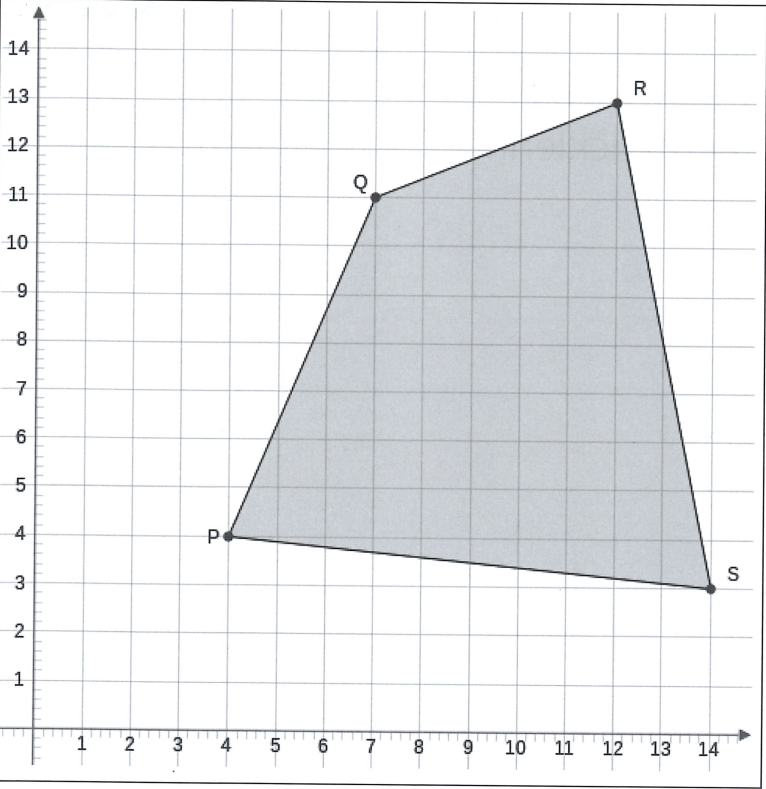
# 1

Mathematische Methoden

5 Aufgaben  
60 Minuten Prüfungszeit  
100 Punkte

1. Aufgabe (20 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks mit den im Uhrzeigersinn nacheinander durchlaufenen Grenzsteinen mit den Koordinaten  $P = (4,4)$ ,  $Q = (7,11)$ ,  $R = (12,13)$  und  $S = (14,3)$ .



2. Aufgabe (20 Punkte)

Projektionsmatrizen  $P$  zeichnen sich durch die Eigenschaft  $P^2 = P$

aus; diese Eigenschaft nennt man auch Idempotenz.

- a) Ermitteln Sie ein  $\alpha > 0$  so, dass  $P = \alpha \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  idempotent ist. 10 Punkte
- b) Zeigen Sie allgemein, dass aus  $P$  idempotent folgt:  $Q = I - P$  ist auch idempotent ( $I$  ist die Einheitsmatrix). 8 Punkte

- c) Begründen Sie mit a) und b), dass  $Q = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$  idempotent ist. 2 Punkte

3. Aufgabe (20 Punkte)

- a) Berechnen Sie die ersten vier Werte der Folge  $2n + n^3, n \in \mathbb{N}$ . 4 Punkte
- b) Zeigen Sie, dass  $2n + n^3$  für jedes natürliche  $n$  durch 3 teilbar ist. 16 Punkte

4. Aufgabe (20 Punkte)

Seien  $A := \{\text{Primzahlen} < 10\}$ ,  $B := \{\text{Quadratzahlen} < 10\}$  und  $C := \{\text{gerade Zahlen} < 10\}$

- a) Geben Sie die Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$  in aufzählender Schreibweise an. 3 Punkte
- Bilden Sie
- b) die Vereinigung der drei Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$ . 2 Punkte
- c) den Durchschnitt der drei Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$ . 2 Punkte
- d) den Durchschnitt der Vereinigung von  $A$  und  $B$  mit  $C$ . 2 Punkte
- e) die Vereinigung des Durchschnitts von  $A$  und  $B$  mit  $C$ . 2 Punkte
- f) die Potenzmenge von  $B$ . 4 Punkte
- g) das Kartesische Produkt von  $B$  mit  $B \cap C$ , also  $B \times (B \cap C)$ . 5 Punkte

5. Aufgabe (20 Punkte)

Von den vier Kollegen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  lügen drei immer und nur einer sagt immer die Wahrheit.

- $A$  behauptet:  $B$  sagt die Wahrheit.  
 $B$  behauptet:  $C$  lügt.  
 $C$  behauptet:  $A$  lügt.  
 $D$  behauptet: Ihr lügt doch alle.

Wer sagt die Wahrheit? Begründen Sie das.