

Zwischenprüfung Frühjahr 2019



Aufgabenbogen

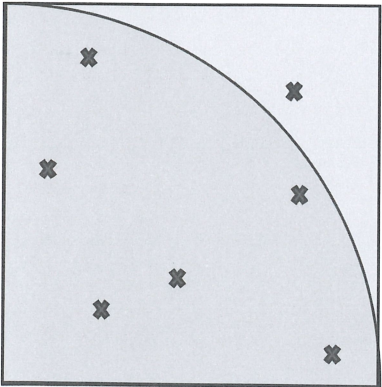
Mathematisch-technischer Softwareentwickler
Mathematisch-technische Softwareentwicklerin
6511

2 Objektorientierte Modelle und Algorithmen

4 Aufgaben
60 Minuten Prüfungszeit
100 Punkte

Ein Viertelkreis mit Radius 1 hat bekanntlich die Fläche $\frac{\pi}{4}$. Für die Berechnung der Kreiszahl π gibt es unterschiedliche Methoden. Im Folgenden werden zwei Beispiele genannt:

π würfeln (Zufallsstrategie):



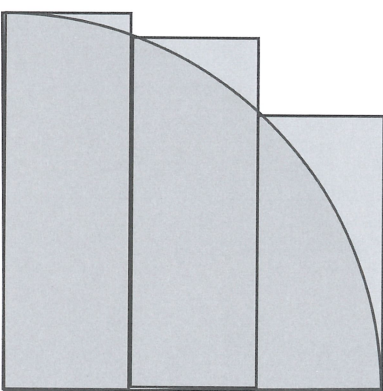
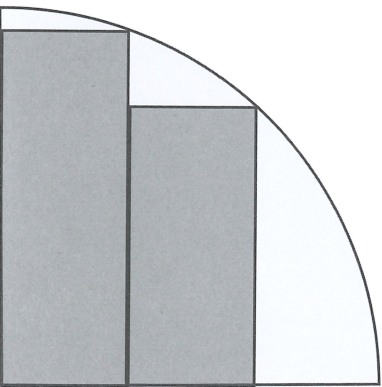
Ein den Viertelkreis exakt umfassendes Quadrat hat die Seitenlänge 1 und den Flächeninhalt 1.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig im Quadrat verteilter Punkt auch innerhalb des Viertelkreises liegt, ist also $\frac{\pi}{4}$. Nach dem Gesetz der großen Zahlen gilt somit

$$R(n) := 4 \cdot \frac{m}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi$$

wobei n die Gesamtanzahl der Punkte und m die Anzahl der Punkte innerhalb des Viertelkreises bezeichnet.

Ober- und Untersumme (Rechteckstrategie):



Teilt man den Viertelkreis in n gleich breite Streifen ein, so kann man den Flächeninhalt über Rechtecke annähern. Bei der Untersumme $U(n)$ (linkes Bild) haben die Rechtecke jeweils die Höhe, die der Viertelkreis am rechten Rand des Rechtecks besitzt. Bei der Obersumme $O(n)$ (rechtes Bild) haben die Rechtecke jeweils die Höhe, die der Viertelkreis am linken Rand des Rechtecks besitzt. Es gilt:

$$4 \cdot U(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi \quad \text{und} \quad 4 \cdot O(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi$$

Offenbar bildet die Untersumme eine untere Schranke, während die Obersumme eine obere Schranke für $\frac{\pi}{4}$ bildet. Der Mittelwert der beiden liefert eine gute Annäherung für $\frac{\pi}{4}$. Zur Bestimmung der Höhe der Rechtecke benötigt man die Funktion des Viertelkreises. Diese lautet:

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2}$$

Neben diesen beiden gibt es viele weitere Berechnungsmethoden für π .

1. Aufgabe (10 Punkte)

Schreiben Sie eine Schnittstelle *PiBerechnung*, die implementierende Klassen dazu zwingt, die Methode *berechnePi* mit einem Parameter n zu implementieren.

2. Aufgabe (20 Punkte)

Begründen Sie kurz an diesem Beispiel den Nutzen von Schnittstellen.

3. Aufgabe (30 Punkte)

Implementieren Sie die Klasse *ZufallsStrategie*, die die Schnittstelle *PiBerechnung* in der Art implementiert, dass π durch das oben beschrieben Auswürfeln berechnet wird. Der Parameter n gibt dabei die Anzahl der Punkte wieder.

Dabei steht Ihnen unabhängig von Ihrer Programmiersprache die nicht zu implementierende statische Methode *bestimmeZufallszahl*, die eine Zufallszahl zwischen 0 und 1 zurückgibt.

4. Aufgabe (40 Punkte)

Implementieren Sie die Klasse *RechteckStrategie*, die die Schnittstelle *PiBerechnung* in der Art implementiert, dass zunächst die Ober- und Untersumme berechnet und anschließend π über deren Mittelwerte berechnet wird. Der Parameter n gibt dabei die Anzahl der Teilintervalle wieder.